Metody wyzszego rzędu

Rozwińmy $g(x_n)$ w szereg Taylora

$$g(x_n) = g(\alpha) + (x_n - \alpha) g'(\alpha) + \frac{1}{2}(x_n - \alpha)^2 g''(c_n)$$

$c_n \in [x_n, \alpha]$.

Zauważmy że $x_{n+1} = g(x_n)$, $\alpha = g(\alpha)$

i załóżmy $g'(\alpha) = 0$,

Wtedy

$$x_{n+1} = \alpha + \frac{1}{2}(x_n - \alpha)^2 g''(c_n)$$

Czyli

$$\alpha - x_{n+1} = -\frac{1}{2}(x_n - \alpha)^2 g''(c_n)$$

(kwadratowo zbieżne)

oraz

$$\lim_{n \to \infty} \frac{\alpha - x_{n+1}}{(\alpha - x_n)^2} = -\frac{1}{2} g''(\alpha)$$

To może być metoda Newtona